

Epreuve sur dossier du CAPES externe de mathématiques, session 2008

(ORAL 2)

Ce document contient la liste des dossiers proposés aux candidats passant le second oral du CAPES externe 2008, telle qu'elle a été publiée sur le site officiel du Jury de l'époque. Des questions du jury concernant ces dossiers ont été rassemblées par ordre chronologique dans le livre intitulé "Questions du jury d'oral du CAPES mathématiques & réflexions sur la préparation" (auteurs : Fabien Herbaut et Dany-Jack Mercier) paru en 2010. Ce document permet d'avoir accès aux sujets donnés à l'époque.

Pour me contacter : dany-jack.mercier@hotmail.fr.
Pour surfer sur MégaMaths (Prépa CAPES) : http://megamaths.perso.neuf.fr/ (en 2010).

[0] [epreuvesurdossier2008]

Sujets de l’épreuve sur dossier 2008

Dossier du 28 juin 2008 : Equations différentielles.

Dossier du 29 juin 2008 : Outils – Calcul vectoriel.

Dossier du 30 juin 2008 : Suites – Etude du comportement de suites définies par une relation de récurrence du type u_n+1 = f(u_n)

Dossier du 1 juillet 2008 : Arithmétique.

Dossier du 2 juillet 2008 : Probabilités.

Dossier du 3 juillet 2008 : Problème de lieu.

Dossier du 4 juillet 2008 : Analyse – Fonctions et équations.

Dossier du 5 juillet 2008 : Problèmes d’incidence.

Dossier du 10 juillet 2008 : Divers types de raisonnement (par l’absurde, par récurrence…).

Dossier du 11 juillet 2008 : Problèmes de calcul de grandeurs. Calculs de longueurs, d’aires et de volumes.

Dossier du 12 juillet 2008 : Intégration – Calcul d’intégrales par des méthodes variées.

Dossier du 13 juillet 2008 : Géométrie – Interprétation géométrique des nombres complexes.

Dossier du 14 juillet 2008 : Probabilités.

Dossier du 15 juillet 2008 : Problèmes sur les configurations.

Dossier du 16 juillet 2008 : Intégration.

Dossier du 17 juillet 2008 : Géométrie – Problèmes de recherche de lieux géométriques.

Dossier du 18 juillet 2008 : Interprétation géométrique des nombres complexes.

Pour vous faciliter votre tâche de préparation des oraux, vous trouverez à la fin de ce document les commentaires sur ces épreuves tels qu’ils ont été publiés dans le Rapport du jury 2008 (il s’agit des pages 94 à 99 de ce rapport).

Thème : Équations différentielles

1. L'exercice proposé au candidat

On considère les deux équations différentielles suivantes définies sur $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$:

$$(E)\ y' + \big(1+\tan x\big)y = \cos x \qquad (E_0)\ y' + y = 1.$$

1) Donner l'ensemble des solutions de (E_0).
2) Soient g une fonction dérivable sur $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$. On pose $f(x) = g(x)\cos x$. Démontrer que la fonction f est solution de (E) si et seulement si la fonction g est solution de (E_0).
3) Déterminer la solution f de (E) telle que $f(0) = 0$.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Indiquer, pour chacune des questions de l'exercice, les savoirs mis en jeu.

Q.2) Présenter une solution de la question 2) de l'exercice telle que vous la donneriez à des élèves de Terminale.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

a) Sa réponse à la question **Q.2)**.
b) Un ou plusieurs exercices se rapportant au thème « **Équations différentielles** ».

3. Quelques références aux programmes

Programme de Terminale scientifique

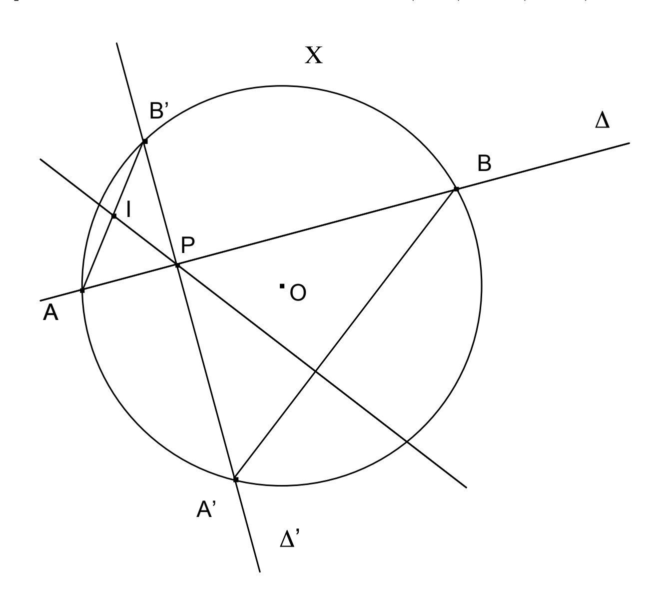
Contenus	**Compétences exigibles**	**Commentaires**
Équations différentielles $y' = ay + b$.	On démontrera l'existence et l'unicité de la solution passant par un point donné. On étudiera quelques problèmes où interviennent des équations différentielles se ramenant à $y' = ay + b$.	Ce paragraphe, déjà abordé lors de l'introduction de la fonction exponentielle, pourra être réparti sur l'ensemble de l'année. On fera le lien avec l'étude de ces équations en physique ; on définira le temps caractéristique $\tau = -\frac{1}{a}$ pour $a < 0$. Les indications utiles pour se ramener à $y' = ay + b$ doivent être données. Des solutions de l'équation $y'' + \omega^2 y = 0$ seront introduites en cours de Physique.

Thème : Outils - calcul vectoriel

1. L'exercice proposé au candidat

On considère un cercle X de centre O et de rayon r et un point P du plan. On pose $d = OP$.

1. Une droite Δ passant par P coupe le cercle X en A et B. On note E le point du cercle X diamétralement opposé à A.
   Démontrer que $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PE}$. En déduire que $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = d^2 - r^2$.
2. Application à l'étude d'une configuration :
   Dans la figure ci-dessous les droites Δ et Δ' sont orthogonales et le point I est le milieu du segment $[AB']$. Démontrer que les droites (PI) et $(A'B)$ sont orthogonales.



2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Indiquer, pour chacune des questions de l'exercice, les savoirs mis en jeu.

Q.2) Rédiger une solution de la question 2 de l'exercice telle que le candidat la présenterait à un élève de Première S.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

- Sa réponse à la question **Q.2**.
- Un ou plusieurs exercices sur le thème « **Outils - Calcul vectoriel** ».

3. Quelques références aux programmes

Programme de la classe de seconde

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Repérage dans le plan. Les vecteurs du plan. Multiplication d'un vecteur par un réel. Équations de droites.	Repérer des points d'un plan, des cases d'un réseau carré ou rectangulaire ; interpréter les cartes et les plans. Un repère étant fixé, exprimer la colinéarité de deux vecteurs ou l'alignement de trois points.	On pourra réfléchir aux avantages des divers types de repérage. On fera le lien avec le repérage des cellules d'un tableur. On évoquera, en comparant les repérages sur la droite, dans le plan (voire sur la sphère ou dans l'espace), la notion de dimension.
Système d'équations linéaires.	Caractériser analytiquement une droite. Reconnaître que deux droites sont parallèles. Déterminer le nombre de solutions d'un système de deux équations à deux inconnues. Résoudre des problèmes conduisant à de tels systèmes.	On n'utilisera le calcul vectoriel que pour faciliter le repérage des points, justifier le calcul de coordonnées et caractériser des alignements. On démontrera que toute droite a une équation soit de la forme $y = mx + p$, soit de la forme $x = c$.

Programme de première scientifique

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Calcul vectoriel Calcul vectoriel dans l'espace.	On étendra à l'espace les opérations sur les vecteurs du plan. On introduira la notion de vecteurs coplanaires.	
Barycentre de quelques points pondérés dans le plan et l'espace. Associativité du barycentre.	On utilisera la notion de barycentre pour établir des alignements de points, des points de concours de droites.	La notion de barycentre, utile en physique et en statistique, illustre l'efficacité du calcul vectoriel. On évitera toute technicité. On n'étendra pas le produit scalaire à l'espace.
Produit scalaire dans le plan ; définition, propriétés.	Propriétés de bilinéarité, de symétrie et expression analytique dans un repère orthonormal.	On pourra faire le lien avec le travail d'une force.
Applications du produit scalaire : projeté orthogonal d'un vecteur sur un axe ; calculs de longueurs.	Équation d'une droite à l'aide d'un vecteur normal, équation d'un cercle défini par son centre et son rayon ou par son diamètre. Calculs d'angles, de longueurs et d'aires sur des figures planes en liaison avec le produit scalaire ; on établira et utilisera la formule dite d'Al Kashi, le théorème de la médiane et les formules d'addition et de duplication pour les fonctions cosinus et sinus.	Pour certains exercices, il pourra être utile de disposer des formules reliant les sinus des angles, les côtés et l'aire d'un triangle.

Thème : Suites
Étude du comportement de suites définies par une relation de récurrence du type : $u_{n+1} = f(u_n)$

1. L'exercice proposé au candidat

1) On considère la fonction f définie sur $[0, 1]$ par $f(x) = \sqrt{\dfrac{1+x}{2}}$.
   a) Résoudre l'équation $f(x) = x$.
   b) Montrer que pour tout $x \in [0, 1]$, on a $f(x) \geqslant x$.
2) On considère la suite (u_n) définie par la donnée de son premier terme $u_0 \in [0, 1]$ et par la relation $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout entier naturel n. Montrer que la suite (u_n) converge et déterminer sa limite.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Énoncer les théorèmes et les outils mis en jeu dans l'exercice.

Q.2) Rédiger un énoncé détaillé de la question 2) pour des élèves de Terminale scientifique.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

- Sa réponse à la question **Q.2)**.
- Un ou plusieurs exercices se rapportant au thème « **Suites : Étude du comportement de suites définies par une relation de récurrence du type :** $u_{n+1} = f(u_n)$ ».

3. Quelques références aux programmes

Programme de terminale scientifique

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Suites et récurrence		
Raisonnement par récurrence. Suite monotone, majorée, minorée, bornée.	On choisira des exemples permettant d'introduire le vocabulaire usuel des suites et nécessitant l'utilisation de raisonnements par récurrence. On s'appuiera sur un traitement tant numérique (avec outils de calcul : calculatrice ou ordinateur) que graphique ou algébrique. On étudiera numériquement sur un ou deux exemples, la rapidité de convergence d'une suite (u_n) vers sa limite L, en complétant l'étude sur tableur par des encadrements de $(u_n - L)$. On traitera quelques problèmes menant à l'étude de suites $u_{n+1} = au_n + b$.	On présentera le principe de récurrence comme un axiome. Aucune notion théorique de rapidité de convergence n'est au programme.
Suites adjacentes et théorème des suites adjacentes.	La notion de suites adjacentes sera introduite en liaison avec le calcul intégral : encadrements d'aires (par exemple aire d'un cercle par la méthode d'Archimède, aire sous une parabole). On montrera le lien avec l'écriture décimale d'un réel.	On fera le lien avec la méthode de dichotomie. L'objectif est d'enrichir la vision des nombres réels et d'indiquer l'importance des suites adjacentes dans le problème de la mesure des grandeurs géométriques ou physiques. L'étude de suites $u_{n+1} = f(u_n)$ pour approcher une solution de l'équation $f(x) = x$ n'est pas un objectif du programme : la dichotomie, le balayage suffisent au niveau de la terminale pour des problèmes nécessitant de telles approximations.
Théorème de convergence des suites croissantes majorées.		L'équivalence avec le théorème des suites adjacentes pourra faire l'objet d'un problème.

Programme de première scientifique

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Suites Modes de générations d'une suite numérique. Suite croissante, suite décroissante. Suites arithmétiques et suites géométriques.	Étude de l'évolution de phénomènes discrets amenant à une relation de récurrence. Calcul des termes d'une suite sur calculatrice ou tableur ; observation des vitesses de crois sance (resp. de décroissance) pour des suites arithmétiques et des suites géométriques. Comparaison des valeurs des premiers termes des suites $(1+t)^n$ et $1+nt$ pour différentes valeurs de t (en lien avec la notion de dérivée)...	On veillera à faire réaliser sur calculatrice des programmes où interviennent boucle et test.

Thème : Arithmétique.

1. L'exercice proposé au candidat

On appelle diviseur propre d'un entier naturel non nul n, tout diviseur de n qui soit positif et distinct de n. Tout entier naturel non nul égal à la somme de ses diviseurs propres est dit nombre parfait. Exemple : 6 est un nombre parfait car il est égal à la somme de ses diviseurs propres soit 1, 2 et 3.

1) Établir la liste des diviseurs de 28 et 496 et montrer que ce sont deux nombres parfaits.
2) Vérifier que 28 et 496 sont de la forme $2^n(2^{n+1}-1)$ où $n \in \mathbb{N}^*$ avec $2^{n+1}-1$ premier.
3) Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, si $2^{n+1}-1$ est premier alors $2^n(2^{n+1}-1)$ est parfait.
4) Illustrer par un exemple le fait que si $2^{n+1}-1$ n'est pas premier alors $2^n(2^{n+1}-1)$ n'est pas parfait.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Quels sont les outils nécessaires à la résolution de l'exercice ?

Q.2) Rédiger la réponse à la question 3.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

- Sa réponse à la question **Q.2)**.
- Un ou plusieurs exercices sur le thème « **Arithmétique** » mettant en jeu des propriétés de certains nombres entiers.

3. Quelques références aux programmes

Classe de Terminale S, enseignement de spécialité

L'arithmétique est un champ des mathématiques très vivant dont les applications récentes sont nombreuses ; c'est un domaine au matériau élémentaire et accessible conduisant à des raisonnements intéressants et formateurs. C'est un lieu naturel de sensibilisation à l'algorithmique où la nécessité d'être précis impose rigueur et clarté du raisonnement.

Contenus	**Modalités de mise en œuvre**	**Commentaires**
Arithmétique		
Divisibilité dans $\mathbb{Z}$. Division euclidienne. Algorithme d'Euclide pour le calcul du PGCD. Congruences dans $\mathbb{Z}$. Entiers premiers entre eux.	On fera la synthèse des connaissances acquises dans ce domaine au collège et en classe de seconde. On étudiera quelques algorithmes simples et on les mettra en œuvre sur calculatrice ou tableur : recherche d'un PGCD, décomposition d'un entier en facteurs premiers, reconnaissance de la primalité d'un entier.	On montrera l'efficacité du langage des congruences. On utilisera les notations : $a \equiv b\ (n)$ ou $a \equiv b$ (modulo n), et on établira les compatibilités avec l'addition et la multiplication. Toute introduction de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ est exclue.
Nombres premiers. Existence et unicité de la décomposition en produit de facteurs premiers. PPCM.	On démontrera que l'ensemble des nombres premiers est infini.	L'unicité de la décomposition en facteurs premiers pourra être admise.
Théorème de Bézout. Théorème de Gauss.	Sur des exemples simples, obtention et utilisation de critères de divisibilité. Exemples simples d'équations diophantiennes. Applications élémentaires au codage et à la cryptographie. Application : petit théorème de Fermat.	L'arithmétique est un domaine avec lequel l'informatique interagit fortement ; on veillera à équilibrer l'usage de divers moyens de calculs : à la main, à l'aide d'un tableur ou d'une calculatrice.

Thème : Probabilités

1. L'exercice proposé au candidat

On s'intéresse à la durée de vie, exprimée en année, d'un téléviseur avant la première panne. On peut modéliser cette situation par une variable aléatoire qui suit une loi de probabilité p de durée de vie sans vieillissement définie sur l'intervalle $[0, +\infty[$. Ainsi la probabilité d'un intervalle $[0, t[$, notée $p([0, t[)$, est la probabilité que le téléviseur tombe en panne avant t année. Cette loi est la loi exponentielle de paramètre λ où λ est un réel strictement positif.

1) Déterminer, en fonction de λ, la valeur de t pour laquelle on a $p([0, t[) = p([t, +\infty[)$.
2) D'après l'étude statistique effectuée par le constructeur, la probabilité que le téléviseur tombe en panne avant la fin de la première année est 0,18. Calculer la valeur exacte de λ.
   Dans la suite de l'exercice, on prendra $\lambda = 0{,}2$.
3) Montrer qu'une valeur approchée de la probabilité que le téléviseur n'ait pas eu de panne au cours des trois premières années, arrondie à 10^{-4} près, est : 0,5488.
4) Sachant que ce téléviseur n'a connu aucune panne au cours des 10 premières années après sa mise en service, quelle est la probabilité qu'il ne connaisse aucune panne au cours des 13 premières années ?
5) Dix téléviseurs neufs de ce type ont été mis en service en même temps. On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de téléviseurs qui n'ont pas eu de panne au cours des trois premières années. Calculer une valeur approchée de la probabilité de l'événement « $X = 4$ » arrondie à 10^{-4} près.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Rédiger une réponse pour chacune des questions 3) et 4) de l'exercice.

Q.2) Commenter l'expression « loi de durée de vie sans vieillissement ».

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

- Sa réponse à la question **Q.1)**.
- L'énoncé d'un ou plusieurs exercices se rapportant au thème : **« Probabilités »**.

3. Quelques références aux programmes

Classe de première scientifique

Contenus	Compétences exigibles	Commentaires
Probabilités : Définition d'une loi de probabilité sur un ensemble fini. Espérance, variance, écart-type d'une loi de probabilité. Probabilité d'un événement, de la réunion et de l'intersection d'événements. Cas de l'équiprobabilité. Variable aléatoire, loi d'une variable aléatoire, variance, écart-type. Modélisation d'expériences aléatoires de référence (lancers d'un ou plusieurs dés ou pièces discernables ou non, tirage au hasard dans une urne, choix de chiffres au hasard, etc.).	Le lien entre loi de probabilité et distributions de fréquences sera éclairé par un énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres. On expliquera ainsi la convergence des moyennes vers l'espérance et des variances empiriques les variances théoriques ; on illustrera ceci par des simulations dans des cas simples. On pourra aussi illustrer cette loi avec les diagrammes en boîtes obtenus en simulant par exemple 100 sondages de taille n, pour $n = 10 ; 100 ; 1000$. On simulera des lois de probabilités simples obtenues comme images d'une loi équirépartie par une variable aléatoire (sondage, somme des faces de deux dés, etc.).	On pourra par exemple choisir comme énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres la proposition suivante : *Pour une expérience donnée, dans le modèle défini par une loi de probabilité P, les distributions des fréquences calculées sur des séries de taille n se rapprochent de P quand n devient grand.* On indiquera que simuler une expérience consiste à simuler un modèle de cette expérience. La modélisation avec des lois ne découlant pas d'une loi équirépartie est hors programme. On évitera le calcul systématique et sans but précis de l'espérance et de la variance de lois de probabilité.

Classe de Terminale Scientifique

Contenus	Compétences exigibles	Commentaires
Conditionnement et indépendance Conditionnement par un événement de probabilité non nulle puis indépendance de deux événements. Indépendance de deux variables aléatoires. Formule des probabilités totales. **Lois de probabilités**	On justifiera la définition de la probabilité de B sachant A, notée $P_A(B)$, par des calculs fréquentiels. On utilisera à bon escient les représentations telles que tableaux, arbres, diagrammes. . .efficaces pour résoudre des problèmes de probabilités. Application à la problématique des tests de dépistage en médecine et à la loi de l'équilibre génétique lors d'appariements au hasard.	Un arbre de probabilité correctement construit constitue une preuve. Les élèves doivent savoir appliquer sans aide la formule des probabilités totales dans des cas simples.
Exemples de lois continues Lois continues à densité : – loi uniforme sur $[0, 1]$ – loi de durée de vie sans vieillissement.	Application à la désintégration radioactive : loi exponentielle de désintégration des noyaux.	Ce paragraphe est une application de ce qui aura été fait en début d'année sur l'exponentielle et le calcul intégral.

Thème : Problème de lieu

1. L'exercice proposé au candidat

On considère dans le plan deux droites Δ et Δ' sécantes en O et de vecteurs directeurs respectifs $\vec{u}$ et $\vec{u}'$ tels que $\widehat{(\vec{u},\vec{u}')} = \frac{\pi}{4} \pmod{2\pi}$. On considère deux points A et B situés respectivement sur Δ et Δ', distincts de O et tels que $OA = OB$. À tout point M du plan on associe la somme notée $s(M)$, des distances du point M aux droites Δ et Δ'.

1) Montrer que $s(A) = s(B) = OA\frac{\sqrt{2}}{2}$.
2) Soit M un point du segment $[AB]$. En utilisant les aires des triangles OMA et OMB, montrer que la somme $s(M)$ est indépendante de la position de M sur le segment $[A, B]$.
3) Calculer la distance OA afin que, pour tout point M du segment $[AB]$, l'on ait $s(M) = 2$.
4) Le point A étant fixé pour satisfaire la condition de la question précédente, on note $\mathscr{L}$ le lieu des points M du plan tels que $s(M) = 2$. Montrer que $\mathscr{L}$ contient un rectangle dont $[AB]$ est un côté.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Dégager les méthodes et les savoir-faire utilisés dans cet exercice.

Q.2) Présenter une animation sur le module de géométrie dynamique de la calculatrice mettant en évidence le résultat établi dans la question 2) de l'exercice.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

- Sa réponse à la question **Q.1)**.
- L'énoncé d'un ou plusieurs exercices se rapportant au thème : « **Problème de lieu** ».

3. Quelques références aux programmes

Programme de première scientifique.

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Transformations Translations et homothéties dans le plan et l'espace : définitions ; image d'un couple de points ; effet sur l'alignement, le barycentre, les angles orientés, les longueurs, les aires et les volumes ; image d'une figure (segment, droite, cercle).	Toutes les transformations connues seront utilisées dans l'étude des configurations, pour la détermination de lieux géométriques et dans la recherche de problèmes de construction, en particulier au travers des logiciels de géométrie.	Les transformations planes abordées en collège (translation, symétrie axiale, rotation) n'ont pas à faire l'objet d'un chapitre particulier.
Lieux géométriques dans le plan.	Les logiciels de géométrie dynamique seront utilisés pour visualiser certains lieux. On choisira quelques exemples mettant en évidence la diversité des méthodes de recherche (propriétés des configurations, vecteurs, produit scalaire, transformations, géométrie analytique). On veillera à traiter des cas nécessitant de démontrer une double inclusion.	La problématique des lieux géométriques sera présente dans tous les paragraphes de géométrie. Elle ne fera pas l'objet d'un chapitre indépendant. Il s'agit de ne pas s'en tenir à une simple observation mais de mobiliser les connaissances pour établir mathématiquement diverses caractéristiques géométriques. On s'appuiera, le cas échéant, sur le caractère bijectif des transformations ou sur une démarche d'analyse-synthèse.

Thème : Analyse : Fonctions et équations

1. L'exercice proposé au candidat

Soit k un réel. On considère la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$F(x) = \int_0^x e^{kt^2}\,\mathrm{d}t$$

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de F et l'on s'intéresse au nombre de points M_0 d'abscisse x_0 appartenant à $\mathcal{C}$ et en lesquels la tangente à $\mathcal{C}$ a un coefficient directeur égal à x_0.

1) Montrer qu'un tel point M_0 existe si et seulement si $x_0 > 0$ et vérifie l'équation

$$(E) : \qquad \ln x = kx^2.$$

2) a) En utilisant une calculatrice graphique et en faisant varier les valeurs de k, conjecturer le nombre de solutions de l'équation (E) dans $]0, +\infty[$.

b) Si $k > 0$, trouver graphiquement une valeur approchée de k pour laquelle l'équation (E) a une unique solution dans $]0, +\infty[$.

3) Démontrer que pour $k < 0$, l'équation (E) a une unique solution dans $]0, +\infty[$.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Présenter, à l'aide de la calculatrice, la ou les représentations permettant de faire les conjectures demandées à la question 2).

Q.2) Proposer une solution de la question 3) de l'exercice telle que le candidat la présenterait à des élèves de terminale.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

- Sa réponse à la question **Q.2)**.
- L'énoncé d'un ou plusieurs exercices se rapportant au thème « **Fonctions et équations** ».

3. Quelques références aux programmes

Programme de seconde

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Mise en équation ; résolution algébrique, résolution graphique d'équations et d'inéquations.	Résoudre une équation ou une inéquation se ramenant au premier degré. Utiliser un tableau de signes pour résoudre une inéquation ou déterminer le signe d'une fonction. Résoudre graphiquement des équations ou inéquations du type : $f(x) = k, f(x) < k, f(x) = g(x); f(x) < g(x)$	Pour un même problème, on combinera les apports des modes de résolution graphique et algébrique. On précisera les avantages et les limites de ces différents modes de résolution. On pourra utiliser les graphiques des fonctions de référence et leurs positions relatives. On ne s'interdira pas de donner un ou deux exemples de problèmes conduisant à une équation qu'on ne sait pas résoudre algébriquement et dont on cherchera des solutions approchées.

Programme de Première S

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Résolution de l'équation du second degré. Étude du signe d'un trinôme.	On aboutira ici aux formules usuelles donnant les racines et la forme factorisée d'un trinôme du second degré.	On fera le lien entre les résultats et l'observation des représentations graphiques obtenues à l'aide d'un grapheur.

Programme de Terminale S

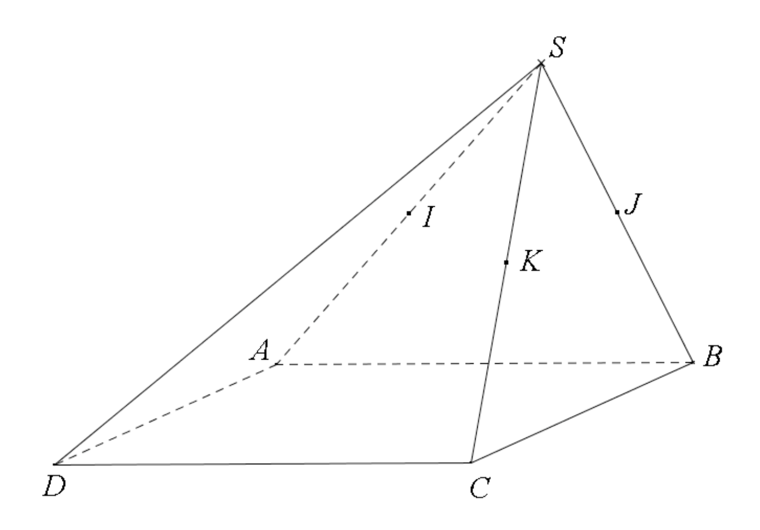
Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Théorème (dit des valeurs intermédiaires) : « soient f une fonction définie et continue sur un intervalle I et a et b deux réels dans I. Pour tout réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$, il existe un réel c compris entre a et b tel que $f(c) = k$ ».	Ce théorème pourra être admis ou démontré à l'aide de suites adjacentes. On démontrera le corollaire suivant : « si f est une fonction continue strictement monotone sur $[a; b]$, alors, pour tout réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$, l'équation $f(x) = k$ a une solution unique dans $[a; b]$ ». On étendra ce corollaire au cas où f est définie sur un intervalle ouvert ou semi-ouvert, borné ou non, les limites de f aux bornes de l'intervalle étant supposées connues. On pourra approcher la solution de l'équation $f(x) = k$ par dichotomie ou balayage avec la calculatrice ou au tableur.	On conviendra, dans les tableaux de variations, que les flèches obliques traduisent la continuité et la stricte monotonie de la fonction sur l'intervalle considéré. Dans la rédaction de la solution à un problème, une simple référence au tableau de variations suffira pour justifier l'existence et l'unicité d'une solution d'une équation du type $f(x) = k$.

Thème : Problèmes d'incidence

1. L'exercice proposé au candidat

Soit un parallélogramme $ABCD$ situé dans un plan $\mathscr{P}$ et soit S un point de l'espace n'appartenant pas à $\mathscr{P}$. On note respectivement I, J et K les milieux des segments $[SA]$, $[SB]$ et $[SC]$.

1) a) Montrer que les plans $\mathscr{P}$ et (IJK) sont parallèles.
   b) Montrer que le plan (IJK) coupe $[SD]$ en son milieu.
2) Quelle est l'intersection des plans (CIJ) et $\mathscr{P}$?
3) En déduire l'intersection des plans (CIJ) et (SAD).



2. Le travail demandé au candidat

> En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Énoncer les théorèmes mis en jeu dans l'exercice.

Q.2) Présenter un corrigé de la question 1) pouvant être présenté à une classe de lycée.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

a) Sa réponse à la question Q.2).

b) Plusieurs énoncés d'exercices, dans la mesure du possible variés par le niveau concerné et la méthode de résolution utilisée, se rapportant au thème : « **Problèmes d'incidence** ».

3. Quelques références aux programmes

Programme de Quatrième

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
1. Triangles : Milieux et parallèles : Droites remarquables d'un triangle.	Connaître et utiliser les théorèmes suivants relatifs aux milieux de deux côtés d'un triangle : Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, elle est parallèle au troisième. Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un second côté, elle coupe le troisième en son milieu. Dans un triangle, la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés est égale à la moitié de celle du troisième côté.	La symétrie centrale et les propriétés caractéristiques du parallélogramme permettent de démontrer ces théorèmes.
Droites remarquables dans un triangle	Construire les bissectrices, les hauteurs, les médianes, les médiatrices d'un triangle ; en connaître une définition et savoir qu'elles sont concourantes.	Certaines de ces propriétés de concours pourront être démontrées ; ce sera l'occasion de mettre en oeuvre les connaissances de la classe ou celles de 5e. On pourra étudier la position du point de concours de la médiane sur chacune d'elles.

Programme de Troisième

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
3. Propriété de Thalès	Connaître et utiliser dans une situation donnée les deux théorèmes suivants : – Soient d et d' deux droites sécantes en A. Soient B et M deux points de d, distincts de A. Soient C et N deux points de d', distincts de A. Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$. – Soient d et d' deux droites sécantes en A. Soient B et M deux points de d, distincts de A. Soient C et N deux points de d', distincts de A. Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et si les points A, B, M et les points A, C, N sont dans le même ordre, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.	Il s'agit d'un prolongement de l'étude faite en classe de quatrième. L'étude de la propriété de Thalès est l'occasion de traiter des situations de proportionnalité dans le cadre géométrique du plan et de l'espace. La réciproque est formulée en tenant compte de l'ordre relatif des points sur chaque droite. L'utilisation d'un logiciel de construction géométrique peut permettre de créer des situations reliées au théorème de Thalès, notamment lors des activités d'approche de la propriété par la mise en évidence de la conservation des rapports. Le travail de construction de points définis par des rapports de longueurs permet de mettre en évidence l'importance de la position relative de ces points sur la droite. On s'intéressera particulièrement au problème suivant : étant donnés deux points A et B, construire les points C de la droite (AB) sachant que le rapport $\frac{CA}{CB}$ a une valeur donnée sous forme de quotients d'entiers.

Programme de Seconde

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Géométrie dans l'espace. Positions relatives de droites et de plans : règles d'incidence. Orthogonalité d'une droite et d'un plan.	Manipuler, construire, représenter des solides. Effectuer des calculs simples de longueur, aire ou volume. Connaître les positions relatives de droites et de plans dans l'espace.	On mettra en œuvre les capacités attendues sur un ou deux exemples : construction d'un patron, représentation en perspective cavalière, dessin avec un logiciel de construction géométrique, calcul de longueurs, d'aires ou de volumes.

Programme de Première S

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Géométrie vectorielle. Calcul vectoriel dans l'espace. Barycentre de quelques points pondérés dans le plan et l'espace. Associativité du barycentre.	On étendra à l'espace les opérations sur les vecteurs du plan. On introduira la notion de vecteurs coplanaires. On utilisera la notion de barycentre pour établir des alignements de points, des points de concours de droites	La notion de barycentre, utile en physique et en statistique, illustre l'efficacité du calcul vectoriel. On évitera toute technicité.

Thème : Divers types de raisonnements (par l'absurde, par récurrence...).

1. L'exercice proposé au candidat

Étant donné un entier naturel $n \geq 2$, on se propose détudier l'existence de trois entiers naturels x, y et z tels que $x^2 + y^2 + z^2 \equiv -1$ (modulo 2^n).

1) Cas où $n = 2$: Montrer que $1, 3$ et 5 sont solutions du problème.
2) On suppose dorénavant que n est un entier naturel supérieur ou égal à 3. Supposons qu'il existe trois entiers naturels x, y et z tels que $x^2 + y^2 + z^2 \equiv -1$ (modulo 2^n).
   a) Montrer que les entiers x, y et z sont tous impairs ou que deux d'entre eux sont pairs.
   b) On suppose que x et y sont pairs et que z est impair. Montrer qu'on a alors $x^2 + y^2 + z^2 \equiv 1$ (modulo 4) et en déduire une contradiction.
   c) On suppose que x, y et z sont impairs. Montrer qu'on a $x^2 + y^2 + z^2 \equiv 3$ (modulo 8) et conclure.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Énoncer les théorèmes et les outils mis en jeu dans l'exercice.

Q.2) Présenter une correction détaillée de la question 2)c) telle que le candidat la proposerait à des élèves de Terminale S.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

◇ Sa réponse à la question Q.2).

◇ Un ou plusieurs exercices se rapportant au thème « **Divers types de raisonnements (par l'absurde, par récurrence...)** ».

3. Quelques références aux programmes

Classe de Première et de Terminale S

Généralités à propos d'une formation scientifique en Première et en Terminale S.

[...] La démonstration est constitutive de l'activité mathématique et les élèves doivent en prendre conscience. Faire en sorte que les élèves puissent concevoir des démonstrations dans leur globalité, puis en détailler les différentes étapes, a toujours été et reste un objectif essentiel de tout enseignement des mathématiques en France. Le monde mathématique de chaque élève s'élabore en grande partie à travers une pratique permanente de calculs, d'argumentations, de petits raisonnements et de démonstrations.

Le niveau de rigueur exigible pour une démonstration dépend de l'expérience de l'élève dans le domaine où cette démonstration se situe : ainsi, pour la géométrie, pratiquée depuis l'école primaire, on peut prétendre exiger dès la classe de seconde un niveau de démonstration académique ; en analyse, par contre, la plupart des objets manipulés ne sont pas définis formellement à ce niveau d'études, et les élèves ne peuvent pas aboutir à des démonstrations parfaitement achevées : la nature et le niveau des rédactions exigibles ne peuvent pas être les mêmes. Il conviendra donc, à ce niveau d'étude, en particulier en analyse, d'accepter des argumentations conçues et exposées à l'aide de schémas (même si les élèves ne peuvent pas à ce stade les traduire en un texte linéaire). On gardera néanmoins l'état d'esprit déjà évoqué dans les programmes de collège et de seconde : repérer clairement le statut des divers énoncés en jeu (définition, axiome, théorème démontré, théorème admis,...).

La déduction usuelle (par implication ou équivalence) et la manipulation du contre-exemple ont été travaillées en seconde ; des problèmes bien choisis permettront d'aborder en première le raisonnement par contraposition, par l'absurde ou par disjonction des cas ; le raisonnement par récurrence relève de la classe de terminale.

La démonstration doit garder un caractère vivant et personnel et il convient d'éviter qu'elle n'apparaisse comme une activité relevant d'un protocole trop rigide. Chaque année, les assertions qui doivent être justifiées dans le cadre d'une pratique de la démonstration changent : il est difficile pour les élèves de cerner, parmi les éléments qui devaient être justifiés les années précédentes, ceux qui deviennent des évidences, pour lesquelles une justification ne ferait qu'alourdir la démonstration (ainsi, en première, on peut mettre dans le bagage des évidences que la fonction $x \mapsto x^2 + 1$ est à valeurs positives).

C'est à l'enseignant de guider au coup par coup cette évolution délicate. Apprendre à rédiger une démonstration constitue un élément important d'une formation scientifique. La rédaction est l'occasion de revenir sur un raisonnement, de le remodeler, de le rendre plus rigoureux et esthétique, de chercher les meilleures notations, de dégager les idées essentielles de l'aspect technique ; c'est ainsi que pour l'élève, des connaissances éparses se fondent en un ensemble cohérent de savoirs, et que se développent des compétences mathématiques fines. Enfin, apprendre à rédiger, c'est aussi acquérir la maîtrise d'une forme particulière d'écriture, mêlant langue usuelle, signes et symboles spécifiques. [...]

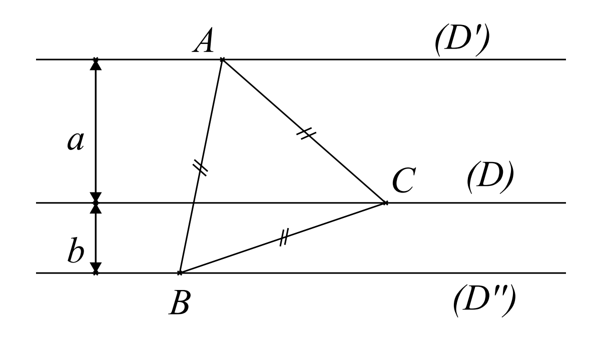
Classe de Terminale S

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Suites et récurrence Raisonnement par récurrence. Suite monotone, majorée, minorée, bornée.	On choisira des exemples permettant d'introduire le vocabulaire usuel des suites et nécessitant l'utilisation de raisonnements par récurrence. On s'appuiera sur un traitement tant numérique (avec outils de calcul : calculatrice ou ordinateur) que graphique ou algébrique.	On présentera le principe de récurrence comme un axiome.

Thème : Problèmes de calcul de grandeurs
Calculs de longueurs, d'aires et de volumes

1. L'exercice proposé au candidat

Dans la figure ci-dessous le triangle ABC est équilatéral et les droites (D), (D') et (D'') sont des droites parallèles passant respectivement par les sommets C, A et B. On note a la distance de (D) à (D') et b celle de (D) à (D'') ; on se propose de calculer, en fonction de a et b, l'aire du triangle ABC.



1 Le cercle circonscrit à ABC recoupe la droite (D) en un point P. Montrer que $AP = \dfrac{2a}{\sqrt{3}}$ et que $BP = \dfrac{2b}{\sqrt{3}}$.

2 En déduire que $AB^2 = \dfrac{4(a^2 + b^2 + ab)}{3}$.

3 Calculer l'aire du triangle ABC en fonction de a et b.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Dégager les méthodes et les savoirs mis en jeu dans la résolution de l'exercice.

Q.2) Proposer la rédaction d'une solution à la question 1).

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

- Sa réponse à la question **Q.2)**.
- Un ou plusieurs exercices se rapportant au thème « **Problèmes de calcul de grandeurs : calculs de longueurs, d'aires et de volumes** ».

3. Quelques références aux programmes

Programme de Première S

Contenus	**Modalités de mise en œuvre**	**Commentaires**
Produit scalaire dans le plan ; définition, propriétés. Applications du produit scalaire : projeté orthogonal d'un vecteur sur un axe ; calculs de longueurs.	Propriétés de bilinéarité, de symétrie et expression analytique dans un repère orthonormal. Équation d'une droite à l'aide d'un vecteur normal, équation d'un cercle défini par son centre et son rayon ou par son diamètre. Calculs d'angles, de longueurs et d'aires sur des figures planes en liaison avec le produit scalaire ; on établira et utilisera la formule dite d'Al Kashi, le théorème de la médiane et les formules d'addition et de duplication pour les fonctions cosinus et sinus.	On n'étendra pas le produit scalaire à l'espace. On pourra faire le lien avec le travail d'une force. Pour certains exercices, il pourra être utile de disposer des formules reliant les sinus des angles, les côtés et l'aire d'un triangle.

Thème : Intégration. Calcul d'intégrales par des méthodes variées

1. L'exercice proposé au candidat

On considère la fonction F définie sur $[0,+\infty[$ par $F(x)=\displaystyle\int_0^x \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}\,\mathrm{d}t$.

1) Montrer que F est continue et strictement croissante sur $[0,+\infty[$.
   On considère la fonction u définie sur $[0,+\infty[$ par $u(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$.

2) a) Calculer la dérivée de la fonction $F\circ u$.
   b) En déduire que, pour tout réel $x\in[0,+\infty[$, on a $F\circ u\,(x)=x$.
   c) Calculer $F(2)$.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Préciser les théorèmes utilisés dans cet exercice.

Q.2) Proposer une solution de la question 2) telle que le candidat la présenterait à une classe.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

- Sa réponse à la question **Q.2)**.
- L'énoncé d'un ou plusieurs exercices sur le thème « **Calcul d'intégrales par des méthodes variées** ».

3. Quelques références aux programmes

Classe de Terminale S

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Langage de la continuité et tableau de variations		
Théorème (dit des valeurs intermédiaires) : « soient f une fonction définie et continue sur un intervalle I et a et b deux réels dans I. Pour tout réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$, il existe un réel c compris entre a et b tel que $f(c) = k$ ».	Ce théorème pourra être admis ou démontré à l'aide de suites adjacentes. On démontrera le corollaire suivant : « Si f est une fonction continue strictement monotone sur $[a; b]$, alors, pour tout réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$, l'équation $f(x) = k$ a une solution unique dans $[a; b]$. » On étendra ce corollaire au cas où f est définie sur un intervalle ouvert ou semi-ouvert, borné ou non, les limites de f aux bornes de l'intervalle étant supposées connues. On pourra approcher la solution de l'équation $f(x) = k$ par dichotomie ou balayage avec la calculatrice ou au tableur.	On conviendra, dans les tableaux de variations, que les flèches obliques traduisent la continuité et la stricte monotonie de la fonction sur l'intervalle considéré. Dans la rédaction de la solution à un problème, une simple référence au tableau de variations suffira pour justifier l'existence et l'unicité d'une solution d'une équation du type $f(x) = k$.
Dérivation		
Dérivation d'une fonction composée	Le principe de la démonstration sera indiqué. La notation différentielle est ici un moyen mnémotechnique de retrouver la formule.	À l'occasion des exercices, on rencontre des relations entre grandeurs de la forme $x = f(t), y = g(x), v = u(t)$, etc., où t représente un temps, x et y des longueurs, v une vitesse : dans ces conditions, $f'(t)$ est une vitesse, $g'(x)$ est un nombre et $u'(t)$ est une accélération, ce que l'ecriture différentielle met en valeur.
Intégration et dérivation		
Notion de primitive Théorème : Si f est continue sur un intervalle I, et si a est un point de I, la fonction F telle que $F(x) = \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ est l'unique primitive de f sur I s'annulant en a.	On démontrera que F est une primitive de f dans le cas où f est continue et croissante, et on admettra le cas général.	L'intégration permet d'établir l'existence des primitives des fonctions continues et d'en donner des méthodes numériques de calcul ; inversement, la connaissance d'une primitive d'une fonction continue donne une formule explicite pour le calcul des intégrales : les élèves devront percevoir l'intérêt de cette double démarche.

Thème : Géométrie
Interprétation géométrique des nombres complexes

1. L'exercice proposé au candidat

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On note (Γ) le cercle de centre O et de rayon 1.

1) Soit A un point de (Γ) d'affixe a. On note (T_a) la tangente en A à (Γ).
Soit M un point du plan d'affixe z.
   a) Montrer que M appartient à (T_a) si et seulement si $\dfrac{z-a}{a}$ est imaginaire pur.
   b) Déduire que M appartient à (T_a) si et seulement si z vérifie l'égalité : $z\,\overline{a} + \overline{z}\,a = 2$.
2) Soient A d'affixe a et B d'affixe b deux points distincts de (Γ) tels que $a + b \neq 0$.
Montrer que les droites (T_a) et (T_b), tangentes à (Γ) respectivement en A et B, sont sécantes et que leur point d'intersection a pour affixe $\dfrac{2ab}{a+b}$.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice.
Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Dégager les méthodes et les savoirs mis en jeu dans la résolution de l'exercice.

Q.2) Proposer une solution de la question 1) telle que le candidat la présenterait à une classe.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

1) La réponse à la question **Q.2)**.
2) L'énoncé d'un ou plusieurs exercices se rapportant au thème « **Interprétation géométrique des nombres complexes** ».

3. Quelques références aux programmes

Programme de terminale scientifique

Contenus	**Modalités de mise en œuvre**	**Commentaires**
Géométrie plane : nombres complexes		
Le plan complexe : affixe d'un point ; parties réelle et imaginaire d'un nombre complexe. Conjugué d'un nombre complexe. Somme, produit, quotient de nombres complexes. Module et argument d'un nombre complexe ; module et argument d'un produit, d'un quotient. Écriture $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i\sin(\theta)$.	Le vocabulaire sera introduit à partir de considérations géométriques. On retrouvera à cette occasion la notion de coordonnées polaires et celle, sous-jacente, d'équation paramétrique d'un cercle sous la forme $z = z_\omega + re^{\theta}$ ou $x = x_\omega + r\cos(\theta), y = y_\omega + r\sin(\theta)$ La notation exponentielle sera introduite près avoir montré que la fonction $\theta \mapsto \cos(\theta) + i\sin(\theta)$ vérifie l'équation fonctionnelle caractéristique des fonctions exponentielles.	La vision des nombres complexes est d'abord géométrique : calculs sur des points du plan. Les repérages cartésien et polaire introduits en première conduisent naturellement à deux écritures d'un nombre complexe. L'objectif est ensuite de montrer la puissance de ce calcul dans les problèmes de géométrie. On introduira dans ce chapitre quelques éléments lui donnant une dimension historique. Les nombres complexes permettent de retrouver et de mémoriser les formules trigonométriques d'addition et de duplication vues en première.
Résolution dans $\mathbb{C}$ des équations du second degré à coefficients réels.		
Interprétation géométrique de $z \mapsto z$ avec $z = z + b$ ou $z' - w = k(z - w)$ avec k réel non nul, ou $z - w = e^{i\theta}(z - w)$.	On utilisera les nombres complexes pour traiter des exemples simples de configurations et résoudre des problèmes faisant intervenir des translations, des rotations, des homothéties.	On exploitera à la fois les possibilités offertes par les nombres complexes et les raisonnements géométriques directs qui réactivent les connaissances antérieures, notamment sur les transformations du plan.

Thème : Probabilités

1. L'exercice proposé au candidat

Cet exercice est un QCM. Pour chaque affirmation une seule des réponses A, B ou C est exacte et il s'agit de la trouver.

1) Dans une classe de 31 élèves, 12 élèves jouent au tennis, 8 élèves jouent au football et 5 élèves jouent à la fois au tennis et au football.

   On interroge au hasard un élève de cette classe. La probabilité que cet élève ne joue ni au tennis ni au football est :

   A $\frac{6}{31}$ B $\frac{16}{31}$ C $\frac{11}{31}$

2) Une urne contient trois boules blanches et deux boules noires. On tire successivement et au hasard deux boules en respectant le protocole suivant : si la première boule tirée est noire alors on la remet dans l'urne avant de tirer la seconde boule. Si la première boule est blanche alors on ne la remet pas dans l'urne avant de tirer la seconde boule.

   La probabilité d'obtenir exactement une boule blanche à l'issue des deux tirages est :

   A $\frac{3}{5}$ B $\frac{27}{50}$ C $\frac{12}{22}$

3) On dispose d'une urne U_1 contenant quatre jetons numérotées 1, 1, 2, 3 et d'une urne U_2 contenant trois jetons numérotées 2, 3, 3. On tire au hasard un jeton dans chaque urne et on appelle X la variable aléatoire qui, à chaque tirage de deux jetons, associe la valeur absolue de la différence des numéros portés par les deux jetons. L'espérance mathématique de X est :

   A 1 B $\frac{13}{12}$ C $\frac{5}{6}$

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice.
Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Indiquer pour chacun des items de ce QCM les savoirs mis en jeu pour trouver la réponse exacte.

Q.2) Justifier la réponse à la question 2).

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

◇ Sa réponse à la question **Q.2)**.

◇ L'énoncé d'un ou plusieurs exercices se rapportant au thème : « **Probabilités** ».

3. Quelques références aux programmes

Classe de première scientifique

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Probabilités Définition d'une loi de probabilité sur un ensemble fini. Espérance, variance, écart-type d'une loi de probabilité. Probabilité d'un événement, de la réunion et de l'intersection d'événements. Cas de l'équiprobabilité. Variable aléatoire, loi d'une variable aléatoire, variance, écart-type. Modélisation d'expériences aléatoires de référence (lancers d'un ou plusieurs dés ou pièces discernables ou non, tirage au hasard dans une urne, choix de chiffres au hasard, etc.).	Le lien entre loi de probabilité et distributions de fréquences sera éclairé par un énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres. On expliquera ainsi la convergence des moyennes vers l'espérance et des variances empiriques les variances théoriques ; on illustrera ceci par des simulations dans des cas simples. On pourra aussi illustrer cette loi avec les diagrammes en boîtes obtenus en simulant par exemple 100 sondages de taille n, pour $n = 10$; 100 ; 1000. On simulera des lois de probabilités simples obtenues comme images d'une loi équirépartie par une variable aléatoire (sondage, somme des faces de deux dés, etc.).	On pourra par exemple choisir comme énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres la proposition suivante : *Pour une expérience donnée, dans le modèle défini par une loi de probabilité P, les distributions des fréquences calculées sur des séries de taille n se rapprochent de P quand n devient grand.* On indiquera que simuler une expérience consiste à simuler un modèle de cette expérience. La modélisation avec des lois ne découlant pas d'une loi équirépartie est hors programme. On évitera le calcul systématique et sans but précis de l'espérance et de la variance de lois de probabilité.

Classe de terminale scientifique

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Conditionnement et indépendance Conditionnement par un événement de probabilité non nulle puis indépendance de deux événements. Indépendance de deux variables aléatoires. Formule des probabilités totales.	On justifiera la définition de la probabilité de B sachant A, notée $P_A(B)$, par des calculs fréquentiels. On utilisera à bon escient les représentations telles que tableaux, arbres, diagrammes. . .efficaces pour résoudre des problèmes de probabilités. Application à la problématique des tests de dépistage en médecine et à la loi de l'équilibre génétique lors d'appariements au hasard.	Un arbre de probabilité correctement construit constitue une preuve. Les élèves doivent savoir appliquer sans aide la formule des probabilités totales dans des cas simples.

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Lois de probabilités		
Exemples de lois continues Lois continues à densité : – loi uniforme sur $[0, 1]$ – loi de durée de vie sans vieillissement.	Application à la désintégration radioactive : loi exponentielle de désintégration des noyaux.	Ce paragraphe est une application de ce qui aura été fait en début d'année sur l'exponentielle et le calcul intégral.

Thème : Problèmes sur les configurations

1. L'exercice proposé au candidat

Sur la figure jointe :

- les points A, O_1, O_2 et O_3 sont alignés ;
- les cercles (Γ_1), (Γ_2) et (Γ_3) ont pour centres respectifs O_1, O_2, O_3 et pour rayons respectifs 10, 20 et 59 millimètres ;
- le cercle (Γ_2) est tangent aux cercles (Γ_1) et (Γ_3) ;
- le point A appartient à (Γ_1) ;

1) Construire, sur la figure jointe, à la règle et au compas, une droite (Δ) passant par A et tangente à (Γ_3) (*on laissera visibles les traits de construction*).
2) On appelle H le projeté orthogonal de O_2 sur (Δ). Calculer la distance OH et justifier que (Δ) coupe (Γ_2) en deux points, que l'on notera B et C.
3) Calculer la distance BC.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Préciser les savoirs mis en jeu dans la résolution de l'exercice.

Q.2) Proposer une solution de la question 2) telle que le candidat la présenterait à une classe.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

1) La réponse à la question **Q.2)**.
2) La figure obtenue à la question 1) de l'exercice (à joindre au dossier).
3) L'énoncé d'un ou plusieurs exercices se rapportant au thème « **Problèmes sur les configurations** ».

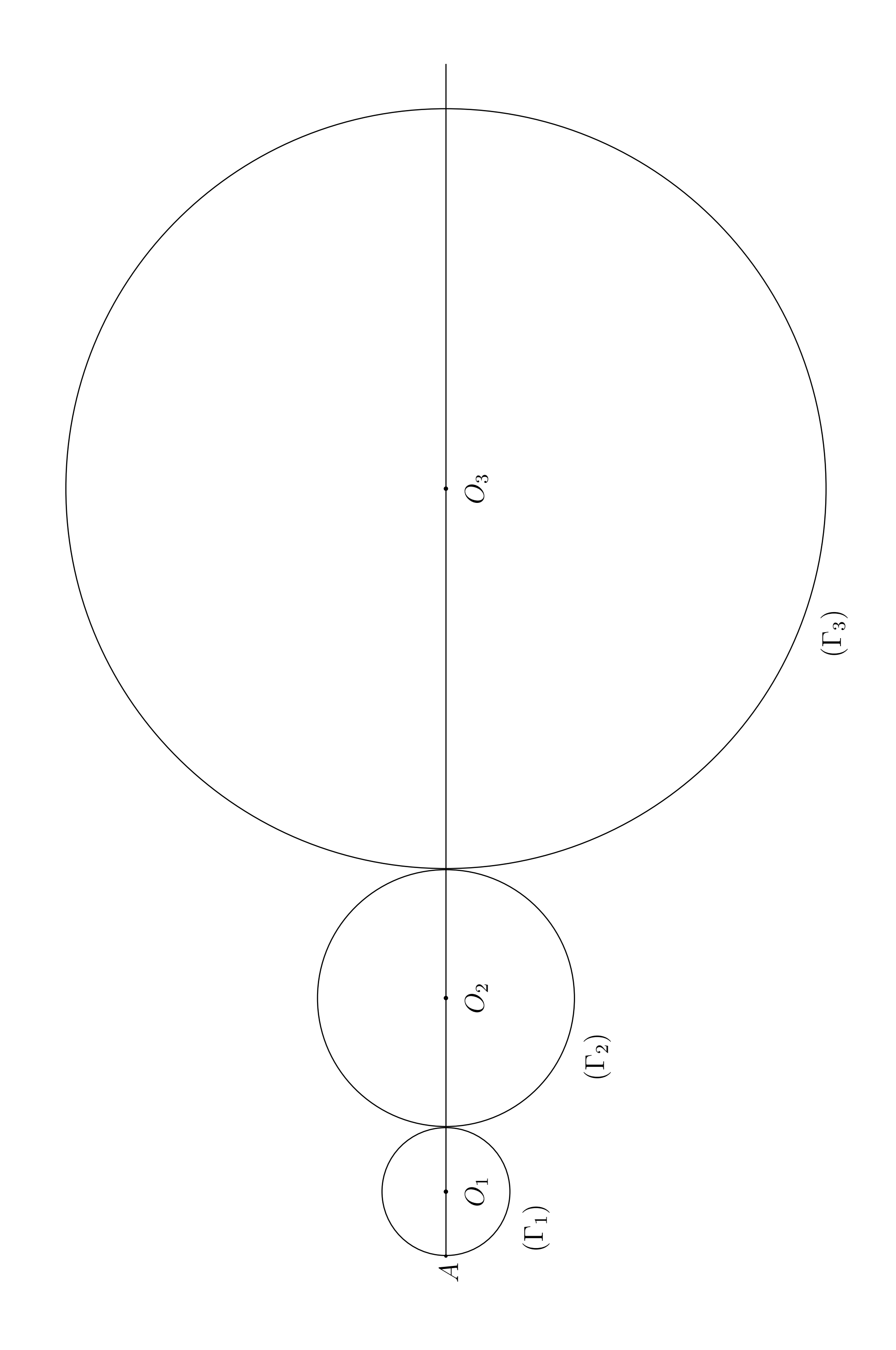
3. Quelques références aux programmes

Programme de quatrième

Connaissances	Capacités	Exemples d'activités, commentaires
Figures planes Triangles déterminés par deux parallèles coupant deux sécantes	Connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés des deux triangles déterminés par des parallèles coupant deux sécantes : *Dans un triangle ABC, où M est un point du côté $[AB]$ et N un point du côté $[AC]$, si (MN) est parallèle à (BC) alors :* $$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}.$$	L'égalité des trois rapports est admise après avoir été étudiée dans des cas particuliers de rapport. Elle s'étend au cas où M et N sont respectivement sur les demi-droites $[AB)$ et $[AC)$. Le cas où les points M et B sont de part et d'autre de A n'est pas étudié. Le théorème de Thalès dans toute sa généralité et sa réciproque seront étudiés en classe de troisième.
Triangle rectangle : théorème de Pythagore et sa réciproque	Caractériser le triangle rectangle par le théorème de Pythagore et sa réciproque. Calculer la longueur d'un côté du triangle rectangle à partir de celle des deux autres. En donner, si besoin est, une valeur approchée, en faisant éventuellement usage de la touche $\sqrt{\ }$ d'une calculatrice.	
Triangle rectangle : cercle circonscrit	Caractériser le triangle rectangle par son inscription dans un demi-cercle dont le diamètre est un des côtés du triangle. Caractériser les points d'un cercle de diamètre donné par la propriété de l'angle droit.	Le cas où le demi-cercle n'est pas apparent (la longueur d'une médiane d'un triangle est la moitié de celle du côté correspondant) est étudié.
Tangente à un cercle	Construire la tangente à un cercle en l'un de ses points.	

Programme de seconde

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Les configurations du plan. Triangles isométriques, triangles de même forme.	Utiliser, pour résoudre des problèmes, les configurations et les transformations étudiées en collège, en argumentant à l'aide de propriétés identifiées. Reconnaître des triangles isométriques. Reconnaître des triangles de même forme. Résoudre des problèmes mettant en jeu formes et aires.	Les problèmes seront choisis de façon - à inciter à la diversité des points de vue, dans un cadre théorique volontairement limité, - à poursuivre l'apprentissage d'une démarche déductive, - à conduire vers la maîtrise d'un vocabulaire logique adapté (implication, équivalence, réciproque). À partir de la construction d'un triangle caractérisé par certains de ses côtés ou de ses angles, on introduira la notion de triangles isométriques. On pourra observer que deux triangles isométriques le sont directement ou non. On pourra utiliser la définition suivante : « deux triangles ont la même forme si les angles de l'un sont égaux aux angles de l'autre » (il s'agit donc de triangles semblables). On caractérisera ensuite, grâce au théorème de Thalès, deux triangles de même forme par l'existence d'un coefficient d'agrandissement/réduction. Rapport entre les aires de deux triangles de même forme.


O_3
(Γ_3)
O_2
(Γ_2)
O_1
(Γ_1)
A

Thème : Intégration

1. L'exercice proposé au candidat

L'exercice a pour objet d'étudier la suite $(I_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie pour tout entier $n \geqslant 1$ par :

$$I_n = \int_1^e x^2 (\ln x)^n \, \mathrm{d}x.$$

1) Calculer I_1 et montrer que pour tout entier $n \geqslant 1$, on a :

$$I_{n+1} = \frac{e^3}{3} - \frac{n+1}{3} I_n.$$

2) a) À l'aide d'une calculatrice, donner une conjecture sur le sens de variation et la convergence de la suite $(I_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$.

   b) Démontrer les propriétés conjecturées à la question 2) a).

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Pendant sa préparation le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Indiquer, pour chaque question de l'exercice, les savoirs mis en jeu.

Q.2) Présenter une solution de la question 2).

Sur ses fiches le candidat rédigera et présentera :

a) Sa réponse à la question **Q.2)**.

b) Un ou plusieurs exercices se rapportant au thème « **Intégration** ».

3. Quelques références aux programmes

Programme de terminale scientifique

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Intégration		
Pour une fonction f continue positive sur $[a, b]$, introduction de la notation $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ comme aire sous la courbe. Valeur moyenne d'une telle fonction.	On indiquera que l'aire sous la courbe peut être approchée en l'encadrant par deux suites adjacentes construites en quadrillant le plan de plus en plus finement. Exemple où la fonction intégrée est en escalier. Exemple de la parabole : on fera apparaître l'intégrale comme limite de sommes et on admettra que cette situation est généralisable.	Les élèves ont une notion intuitive d'aire (avec la propriété d'additivité) et savent calculer certaines aires élémentaires ; l'objectif est de leur donner un aperçu de la définition et du calcul de l'aire de domaines plans liés aux fonctions ; tout développement théorique est exclu.
Extension à l'intégrale et à la valeur moyenne d'une fonction de signe quelconque	On indiquera la convention de signe sur un intervalle où f est négative et on en déduira le cas général ; on pourra aussi ajouter une constante à f pour la rendre positive.	Cette extension doit être faite brièvement. Cette convention de signe prendra tout son sens lors de l'étude de $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.
Linéarité, positivité, ordre, relation de Chasles. Inégalité de la moyenne.	On interprétera ces propriétés en terme d'aire ou en terme de valeur moyenne pour les rendre conformes à l'intuition. On illustrera l'intérêt de l'intégrale par diverses situations, entre autres : – expression intégrale de la distance parcourue sur une droite par un point mobile dont on connaît la vitesse instantanée ; – expression intégrale du volume d'un solide dont on connaît les aires des sections avec les plans d'équation $z =$ constante ; – calculs de probabilités d'intervalles pour des lois de probabilités à densité.	Les propriétés générales de l'intégrale seront rapidement commentées et admises ; les élèves s'en serviront comme règles opératoires. Ce travail est une façon de préparer le théorème liant intégrales et primitives, particulièrement frappant dans le cas du point mobile. Aucune connaissance théorique n'est exigible sur ces activités de modélisation. Dans les problèmes, les expressions intégrales seront toujours données. En lien avec la physique, on mentionnera le problème des unités : si x et y sont deux grandeurs liées par une relation $y = f(x)$, l'intégrale $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ est une grandeur homogène au produit des grandeurs xy tandis que la valeur moyenne est homogène à y.
Intégration et dérivation		
Notion de primitive Théorème : Si f est continue sur un intervalle I, et si a est un point de I, la fonction F telle que $F(x) = \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ est l'unique primitive de f sur I s'annulant en a.	On démontrera que F est une primitive de f dans le cas où f est continue et croissante, et on admettra le cas général.	L'intégration permet d'établir l'existence des primitives des fonctions continues et d'en donner des méthodes numériques de calcul ; inversement, la connaissance d'une primitive d'une fonction continue donne une formule explicite pour le calcul des intégrales : les élèves devront percevoir l'intérêt de cette double démarche.

Thème : Géométrie
Problèmes de recherche de lieux géométriques

1. L'exercice proposé au candidat

Soient A, B et C trois points non alignés. On se propose de déterminer l'ensemble $\mathcal{L}$ des points M du plan tels que les triangles MAB et MAC aient la même aire.

On note (Δ_0) la parallèle à (BC) passant par A et (Δ_1) la médiane issue de A dans ABC.

1) Montrer que l'ensemble $(\Delta_0) \cup (\Delta_1)$ est inclus dans $\mathcal{L}$.

   Pour tout point M distinct de A, on note d_B et d_C les distances respectives de B et C à la droite (AM).

2) Soit M un point n'appartenant pas à (Δ_0). On appelle J l'intersection de la droite (AM) et de la droite (BC).
   a) Montrer que si $M \in \mathcal{L}$ alors $d_B = d_C$.
   b) En déduire que J est le milieu de $[BC]$.

3) Conclure.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Pendant sa préparation le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Dégager les méthodes et les savoirs mis en jeu dans la résolution de l'exercice.

Q.2) Proposer une solution de la question 2) telle que le candidat la présenterait à une classe.

Sur ses fiches le candidat rédigera et présentera :

a) Sa réponse à la question **Q.2)**.

b) Un ou plusieurs exercices se rapportant au thème « **Problèmes de recherche de lieux géométriques** ».

3. Quelques références aux programmes

Programme de quatrième

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Figures planes Triangles déterminés par deux parallèles coupant deux sécantes	Connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés des deux triangles déterminés par des parallèles coupant deux sécantes : *Dans un triangle ABC, où M est un point du côté $[AB]$ et N un point du côté $[AC]$, si (MN) est parallèle à (BC) alors :* $$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}.$$	L'égalité des trois rapports est admise après avoir été étudiée dans des cas particuliers de rapport. Elle s'étend au cas où M et N sont respectivement sur les demi-droites $[AB)$ et $[AC)$. Le cas où les points M et B sont de part et d'autre de A n'est pas étudié. Le théorème de Thalès dans toute sa généralité et sa réciproque seront étudiés en classe de troisième.
Triangle rectangle : théorème de Pythagore et sa réciproque	Caractériser le triangle rectangle par le théorème de Pythagore et sa réciproque. Calculer la longueur d'un côté du triangle rectangle à partir de celle des deux autres. En donner, si besoin est, une valeur approchée, en faisant éventuellement usage de la touche $\sqrt{\ }$ d'une calculatrice.	
Triangle rectangle : cercle circonscrit	Caractériser le triangle rectangle par son inscription dans un demi-cercle dont le diamètre est un des côtés du triangle. Caractériser les points d'un cercle de diamètre donné par la propriété de l'angle droit.	Le cas où le demi-cercle n'est pas apparent (la longueur d'une médiane d'un triangle est la moitié de celle du côté correspondant) est étudié.
Tangente à un cercle	Construire la tangente à un cercle en l'un de ses points.	

Programme de Première S

Contenus	Compétences exigibles	Commentaires
Transformations Translations et homothéties dans le plan et l'espace : définitions ; image d'un couple de points ; effet sur l'alignement, le barycentre, les angles orientés, les longueurs, les aires et les volumes ; image d'une figure (segment, droite, cercle).	Toutes les transformations connues seront utilisées dans l'étude des configurations, pour la détermination de lieux géométriques et dans la recherche de problèmes de construction, en particulier au travers des logiciels de géométrie.	Les transformations planes abordées en collège (translation, symétrie axiale, rotation) n'ont pas à faire l'objet d'un chapitre particulier.
Lieux géométriques dans le plan	Les logiciels de géométrie dynamique seront utilisés pour visualiser certains lieux. On choisira quelques exemples mettant en évidence la diversité des méthodes de recherche (propriétés des configurations, vecteurs, produit scalaire, transformations, géométrie analytique). On veillera à traiter des cas nécessitant de démontrer une double inclusion.	La problématique des lieux géométriques sera présente dans tous les paragraphes de géométrie. Elle ne fera pas l'objet d'un chapitre indépendant. Il s'agit de ne pas s'en tenir à une simple observation mais de mobiliser les connaissances pour établir mathématiquement diverses caractéristiques géométriques. On s'appuiera, le cas échéant, sur le caractère bijectif des transformations ou sur une démarche d'analyse-synthèse.

Thème : Interprétation géométrique des nombres complexes

1. L'exercice proposé au candidat

1) Les nombres complexes a_1, a_2, a_3 et a_4 sont donnés.
Résoudre le système d'équations :

$$\begin{cases} z_1 + z_2 &= a_1 \\ z_2 + z_3 &= a_2 \\ z_3 + z_4 &= a_3 \\ z_4 + z_1 &= a_4 \end{cases}$$

d'inconnue $(z_1, z_2, z_3, z_4) \in \mathbb{C}^4$.

2) Dans le plan, on considère un quadrilatère $A_1A_2A_3A_4$.
Montrer qu'il existe un quadrilatère $M_1M_2M_3M_4$ dont les milieux des côtés sont les points A_1, A_2, A_3 et A_4 si et seulement si le quadrilatère $A_1A_2A_3A_4$ est un parallélogramme.
Montrer que, dans ce cas, le point de concours des diagonales du parallélogramme $A_1A_2A_3A_4$ est l'isobarycentre des points M_1, M_2, M_3 et M_4.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice.
Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Dégager les diverses étapes de la résolution de la première question de l'exercice.

Q.2) Indiquer les connaissances et savoir-faire mis en jeu dans cet exercice.

Sur ses fiches le candidat rédigera et présentera :

- ◇ Sa réponse à la question **Q.1)**.
- ◇ L'énoncé d'un ou plusieurs exercices se rapportant au thème « **Interprétation géométrique des nombres complexes** ».

3. Quelques références aux programmes

Programme de terminale scientifique

Contenus	**Modalités de mise en œuvre**	**Commentaires**
Géométrie plane : nombres complexes		
Le plan complexe : affixe d'un point ; parties réelle et imaginaire d'un nombre complexe. Conjugué d'un nombre complexe. Somme, produit, quotient de nombres complexes. Module et argument d'un nombre complexe ; module et argument d'un produit, d'un quotient. Écriture $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i\sin(\theta)$.	Le vocabulaire sera introduit à partir de considérations géométriques. On retrouvera à cette occasion la notion de coordonnées polaires et celle, sous-jacente, d'équation paramétrique d'un cercle sous la forme $z = z_\omega + re^{i\theta}$ ou $x = x_\omega + r\cos(\theta), y = y_\omega + r\sin(\theta)$ La notation exponentielle sera introduite près avoir montré que la fonction $\theta \mapsto \cos(\theta) + i\sin(\theta)$ vérifie l'équation fonctionnelle caractéristique des fonctions exponentielles.	La vision des nombres complexes est d'abord géométrique : calculs sur des points du plan. Les repérages cartésien et polaire introduits en première conduisent naturellement à deux écritures d'un nombre complexe. L'objectif est ensuite de montrer la puissance de ce calcul dans les problèmes de géométrie. On introduira dans ce chapitre quelques éléments lui donnant une dimension historique. Les nombres complexes permettent de retrouver et de mémoriser les formules trigonométriques d'addition et de duplication vues en première.
Résolution dans $\mathbb{C}$ des équations du second degré à coefficients réels.		
Interprétation géométrique de $z \mapsto z$ avec $z = z + b$ ou $z' - w = k(z - w)$ avec k réel non nul, ou $z - w = e^{i\theta}(z - w)$.	On utilisera les nombres complexes pour traiter des exemples simples de configurations et résoudre des problèmes faisant intervenir des translations, des rotations, des homothéties.	On exploitera à la fois les possibilités offertes par les nombres complexes et les raisonnements géométriques directs qui réactivent les connaissances antérieures, notamment sur les transformations du plan.

28 Juin 2008, Dossier 1 : Équations différentielles

Le sujet a été abordé sans trop d'inquiétudes par les candidats. L'exercice du jury a été en général bien traité. Les candidats se sont limités aux équations différentielles du premier ordre. Très peu d'exercices avec des équations différentielles du second ordre ont été proposés. Les candidats ont eu un peu de mal à justifier la terminologie « équation différentielle linéaire ». Huit candidats sur dix énoncent le théorème donnant l'ensemble des solutions de $y' = ay + b$ mais ne connaissent pas la méthode qui consiste à additionner une solution particulière et une solution de l'équation homogène, dont la démonstration fait jouer les mêmes ressorts que la question Q2 de l'exercice du jury. On peut regretter le manque de réflexion sur les problèmes de modélisation rencontrés dans le cadre des exercices en contexte.

29 Juin 2008, Dossier 2 : Outils, calcul vectoriel

Certains candidats ont traduit le titre du thème en « produit scalaire » et n'ont donc proposé que des exercices sur le produit scalaire. Les choix d'exercices par les candidats ont été inégaux, le terme « outil » ayant été mal analysé. Certains exercices ont consisté en du calcul vectoriel pour lui-même. On note un certain manque de recul par rapport aux exercices proposés, souvent trop simples mais pas forcément maîtrisés ou bien inappropriés par rapport à l'utilisation de l'outil. Certains candidats n'ont pas su résoudre la question 2) du jury. Ils utilisent la relation de Chasles dans tous les sens avant d'arriver au résultat. Les solutions proposées sont faites à l'aide de calculs inutilement compliqués. Une très grande majorité de candidats (environ 80%) présente des difficultés à définir le produit scalaire. Peu de candidats ont pensé à faire la figure en utilisant un logiciel de construction.

30 Juin 2008, Dossier 3 : Suites

Les candidats ont de graves problèmes de logique avec l'équation $x = \sqrt{\frac{1+x}{2}}$. Les équivalences intervenant dans cette question ne sont absolument pas maîtrisées. Par ailleurs, le théorème donnant l'image d'une suite convergente par une fonction continue est peu souvent énoncé et on obtient un énoncé du type théorème du point fixe avec des hypothèses plus ou moins correctes. Les candidats, ici et à d'autres occasions, parlent de limite avant de parler de convergence. Les candidats savent proposer une étude graphique de la suite. En revanche, ils n'ont pas de recul sur les exercices étudiant des suites arithmético-géométriques ou des suites homographiques. Les candidats ont du mal à mettre en évidence l'utilité des suites récurrentes. Quelques candidats ont trouvé des exemples adaptés et pertinents (approximation, dynamique des populations, programmation d'un test d'arrêt). Une majorité de candidats utilise la calculatrice. Les exercices proposés par les candidats font trop souvent appel à des suites artithmétiques, géométriques ou arithmético-géométriques. Dans ce dernier cas une suite auxiliaire est fournie par l'énoncé et le lien avec le point fixe de $f : x \mapsto ax + b$ n'est pas toujours perçu. Beaucoup de candidats proposent des énoncés issus des manuels mais ne savent pas comment sont fabriqués les suites permettant de ramener le problème à l'étude de suites géométriques.

1er juillet 2008, Dossier 4 : Arithmétique

Le dossier traite des nombres parfaits et établit une forme remarquable de ces nombre dans le cas pair (réciproque non traitée). Contrairement à ce que nous aurions pu penser, ce dossier a présenté quelques difficultés aux candidats. L'intitulé sur le thème « arithmétique mettant en jeu les propriétés de certains nombres premiers » a gêné les candidats. Bien qu'étant un sujet facile ce thème montre une confusion fréquente dans l'utilisation des outils arithmétiques de ce niveau (en particulier l'utilisation de l'unicité de la décomposition en facteurs premiers). On constate que tous les candidats ne sont pas capables de décrire les diviseurs d'un entier connaissant sa décomposition en facteurs premiers.

Dans l'ensemble les candidats savent traiter l'exercice proposé par le jury, mais peu prennent suffisamment de recul pour savoir avec précision les notions mises en jeu (par exemple ils ne perçoivent souvent pas que lorsque $2^{n+1}-1$ est premier alors $2^n(2^{n+1}-1)$ est une décomposition en facteurs premiers). Les exercices proposés sont variés mais parfois mal écrits. Là encore, la perception qu'ont les candidats des théorèmes d'arithmétique est rarement très fine.

2 juillet 2008, Dossier 5 : Probabilités

Le sujet couvre une bonne partie du programme sur les lois continues, ce qui a permis un questionnement riche. Les commissions regrettent cependant que seule la notation $p([0,t[)$ ait été donnée (même si elle est conforme au programme des Terminales) alors qu'elle ne fait pas intervenir la variable aléatoire (ce choix a gêné les candidats lors de l'interrogation).

Le sujet a été généralement compris malgré quelques points de confusion. Bien que compris, le sujet n'a pas été très bien traité à cause d'un manque de familiarité avec la terminologie des probabilités. La justification de durée de vie sans vieillissement n'était pas toujours très claire.

Le choix des exercices proposés par les candidats est assez pauvre et les candidats ont du mal à prendre du recul par rapport aux exercices qu'ils trouvent dans les manuels.

3 juillet 2008, Dossier 6 : Géométrie

Les candidats ont globalement réussi à traiter l'exercice du jury (mais curieusement, la question 4 a déstabilisé la plupart des candidats). En revanche, ils ont eu beaucoup de mal à utiliser la calculatrice pour répondre à Q2. Quatre candidats sur cinq n'ont pas su faire l'animation sur calculatrice. Certains font une animation correcte mais font afficher la somme des aires des deux triangles au lieu de la somme des distances de M aux deux droites. D'autres font apparaître les distances mais pas la somme. Aucun candidat n'a proposé d'étudier l'effet de $\pi/4$.

Les commissions ont estimé que ce dossier était à la fois abordable et consistant donc discriminant car la détermination complète du lieu et le comportement de la solution par rapport aux paramètres n'étaient pas triviaux. Sous des dehors faciles, le sujet fait bien apparaître les aptitudes des candidats à la géométrie, les exercices proposés étant de difficulté inégale mais dans le thème.

4 juillet 2008, Dossier 7 : Fonctions, équations

La question Q1 a été traitée très approximativement. La question Q2 a été dans l'ensemble correctement traitée. La dérivabilité de F est laborieusement justifiée et l'expression de $F'(x)$ n'est pas toujours correcte (confusion entre t et x). Peu de candidats ont évoqué la possibilité d'étudier d'emblée le nombre de solutions de l'équation $\frac{\ln x}{x^2} = k$. Très peu de candidats ont eu l'idée de s'intéresser à la valeur exacte de k demandée dans la conjecture.

Les exercices proposés ont été de 2 types : ou bien résolution d'équations algébriques (second degré, racine évidente) ou bien étude de fonctions (avec théorème des valeurs intermédiaires).

La calculatrice : 20% des candidats ne l'ont pas utilisée, 40% ont tracé les courbes correspondant à quelques valeurs de k sans pouvoir émettre de conjecture, 40% ont présenté une résolution complète (animation et conjecture). L'exploration brutale à la calculatrice (on trace les courbes de $x \mapsto \ln x$ et $x \mapsto kx^2$ et l'on regarde) ne permet pas l'étude en continu que permettent des logiciels comme Géoplan.

5 juillet 2008, Dossier 8 : Problèmes d'incidence

L'exercice du jury est du niveau de Seconde, il était difficile pour les candidats de présenter des exercices variés faisant appel à des méthodes des niveaux supérieurs type calcul vectoriel, nombres complexes, transformations. Les exercices proposés ne font pas appel aux méthodes analytiques. Le sujet permet cependant de mettre en relief le fait que beaucoup de candidats énoncent des théorèmes faux en géométrie dans l'espace, et ont du mal à mobiliser leur connaissance en géométrie vectorielle.

Les théorèmes d'incidence et l'expression « problèmes d'incidence » sont fort méconnus de beaucoup de candidats. L'exercice est généralement résolu par les candidats mais parfois avec maladresse. Les exercices proposés sont pour la plupart des exercices de géométrie dans l'espace.

10 juillet 2008, Dossier 9 : Divers types de raisonnement

Les candidats citent systématiquement les définitions et les propriétés relatives aux congruences mais aucun ne les utilise de manière efficace. Les calculs — effectués à partir de l'écriture d'un entier impair sous la forme $2k + 1$ — sont menés mais les candidats peinent à conclure. Ils identifient en général les types de raisonnement utilisés dans l'exercice. On peut regretter qu'ils fassent trop de calculs, plutôt que de s'appuyer sur des petites propriétés arithmétiques. L'exercice est jugé intéressant et sélectif. Les exercices proposés ne sont pas très originaux. Ils ont surtout porté sur la récurrence et l'absurde et manquent de variété (peu de géométrie).

11 juillet 2008, Dossier 10 : Géométrie, calcul de grandeurs

L'exercice du jury a été relativement bien compris. Les candidats ont en général su le résoudre. Certains candidats semblent avoir été génes par les références aux programmes (résolution vectorielle/analytique) et ont perdu du temps dans leur préparation à tenter d'utiliser ces outils pour la question 1). La question 2) a été négligée. Des difficultés avec la formule d'Al Kashi et le théorème de l'angle inscrit. Quatre candidats sur dix présentent des animations intéressantes avec le logiciel de géométrie dynamique.

Le sujet fait remonter à la surface l'éternelle difficulté qu'ont les candidats avec les angles orientés. Les candidats ont du mal à énoncer correctement le théorème de l'angle inscrit, qu'il confondent souvent avec le théorème de l'angle au centre.

Les exercices proposés sont pauvres. Quelques candidats proposent un calcul de volume. Beaucoup d'exercices sur la formule d'Al Kashi. Les candidats ont tenté de varier le niveau de leurs exercices (collège, lycée).

12 juillet 2008, Dossier 11 : Calcul d'intégrales par différentes méthodes

L'exercice est relativement bien traité par les candidats à part parfois le 2 c) car les candidats ont voulu appliquer le théorème des valeurs intermédiaires et n'obtenaient alors qu'une valeur approchée de $F(2)$. Les candidats s'efforcent de bien chercher les théorèmes utilisés. Seul un candidat sur quatre a su résoudre l'équation $u(x) = 2$ en se ramenant à une équation du second degré.

Les exercices proposés portent sur l'intégration par parties, l'utilisation de diverses méthodes d'identification, le calcul approché par la méthode des rectangles, une formule du type u'/u, un calcul d'aire, etc.

13 juillet 2008, Dossier 12 : Nombres complexes et géométrie

Tous les candidats, avec plus ou moins de rigueur, ont répondu à la question Q2. On note des défauts récurrents de logique et toujours les mêmes problèmes avec les notions d'angle, mesure d'angle, argument, orientation du plan. La résolution de la question 2 de l'exercice est beaucoup plus sélective. Peu de candidats vont au-delà du système linéaire en z et $\overline{z}$. La plupart des exercices proposés utilisent la forme algébrique. Quelques candidats ont fait des propositions intéressantes (théorème de Napoléon, caractérisation des triangles rectangles, homographies).

14 juillet 2008, Dossier 13 : Probabilités

Le dossier a rempli son rôle. Il a permis de balayer l'ensemble des notions de probabilité du programme et d'évaluer les capacités des candidats. L'exercice du jury permettait d'évaluer la rigueur des candidats, leurs connaissances et leur recul sur les probabilités élémentaires, les probabilités conditionnelles, les variables aléatoires. Le sujet s'est révélé assez sélectif.

Les candidats ont pour la plupart trouvé les bonnes réponses aux QCM. En revanche, ils n'ont pas toujours été capables de mobiliser les propriétés et définitions relatives aux probabilités, se contentant de lectures à partir d'un arbre.

Les exercices proposés étaient variés : utilisation de dénombrements, loi exponentielle, graphes, variable aléatoire...

15 juillet 2008, Dossier 14 : Géométrie : configurations

Le sujet au niveau collège a été bien compris par la grande majorité des candidats. Ce dossier est probablement perçu comme facile par la plupart des candidats. Peu de candidats ont noté la « quasi-tangence » de Δ à Γ_2 et donc l'intérêt d'un calcul précis et le réglage faussement fantaisiste des paramètres 10, 20 et 59. Le sujet a été jugé assez riche pour évaluer les différentes connaissances des candidats sur Thalès, constructions à la règle et au compas, Pythagore. Les candidats ne pensent que très rarement (même avec de l'aide) à utiliser des notions d'analyse dans un contexte géométrique (ici par exemple le théorème des valeurs intermédiaires pour justifier l'existence de 2 points d'intersection en Q2). Quelques candidats peinent sur la propriété du triangle ABM inscrit dans le cercle de diamètre AB. D'autres ont utilisé la calculatrice et des valeurs approchées de O_2H et BC alors que le calcul algébrique est aisé et instructif. Dans 50% des cas le jury a remarqué des utilisations pertinentes de la calculatrice. Les exercices proposés étaient en général pauvres et pas toujours en cohérence avec le sujet. Pour faciliter le travail devant les commissions, il aurait été plus judicieux que le jury fournisse la figure sur transparent.

16 juillet 2008, Dossier 15 : Suite d'intégrales

Le sujet est relativement bien traité par la majorité des candidats. L'utilisation de la calculatrice est réussie. La démonstration des propriétés conjecturées a été laborieuse pour environ un candidat sur quatre. Les exercices proposés par les candidats sont relativement diversifiés.

17 juillet 2008, Dossier 16 : Recherche de lieux géométriques

La question 3 de l'exercice du jury est très révélatrice des difficultés de raisonnement des candidats. La détermination de l'ensemble $\mathcal{L}$ est très souvent laborieuse ; la synthèse n'est pas faite correctement et montre des faiblesses de logique et/ou de théorie des ensembles. Les candidats ne savent pas qu'une médiane partage un triangle en deux triangles de même aire.

Les exercices proposés utilisent des transformations du plan affine euclidien mais les propriétés de ces dernières sont peu maîtrisées.

18 juillet 2008, Dossier 17 : Interprétation géométrique des nombres complexes

Même si le sujet est classique, il donne de nombreuses ouvertures, ce qui permet de tester les candidats. La résolution du système a été fragile ainsi que la question 2). Les candidats présentent de grosses difficultés dans l'utilisation des équivalences. Certains candidats passent en parties réelle et imaginaire pour le 1). Les candidats ont eu des difficultés à mettre en relation l'aspect géométrique et l'aspect algébrique de l'exercice.

On constate comme souvent un manque de variété dans le choix des exercices. Les transformations en relation avec les complexes sont difficilement ou rarement abordées. Les exercices proposés ne mettent pas toujours en évidence l'utilité de passer par les nombres complexes.

4 CONCLUSION

Le travail d'un jury de concours tel que celui-ci a des répercussions importantes et durables si l'on considère qu'il s'agit de recruter les futurs enseignants de collège et de lycée. À côté d'autres voies d'accès adaptées aux personnels déjà en situation d'enseignant, mais d'importance numérique moindre, le concours externe « donne le ton » pour les jeunes étudiants en ce qui concerne les exigences attendues en matière de recrutement.

La situation actuelle permet tout à la fois de maintenir un niveau d'exigence raisonnable et de pourvoir tous les postes. En ce sens elle est tout à fait satisfaisante.

L'introduction des TICE dans un concours de cette taille se heurte à de nombreux obstacles, qui n'ont pas permis la mise en œuvre d'une épreuve sur ordinateur. Pour y suppléer en partie, l'utilisation pendant les épreuves orales de calculatrices performantes a été fortement encouragée ces dernières années. La rénovation des matériels est devenue effective et à peu près continue depuis l'introduction de prêts gracieux par les constructeurs. L'introduction de tablettes de rétroprojection a suivi. Le nombre des sujets de première épreuve pour lesquels l'utilisation d'une calculatrice est encouragé ou imposé s'est accru, et en réponse, le taux d'utilisation par les candidats augmente de manière significative. Concernant l'épreuve sur dossier, le fait que l'utilisation des calculatrices y est rendue explicite pour une partie d'entre eux, jointe au fait que le candidat se voit proposer un dossier unique, a considérablement renforcé la place des TICE.

Je tiens à remercier tous les membres du jury pour leur disponibilité et pour la motivation dont ils ont fait preuve afin de réussir une session satisfaisante à tous points de vue.

Je tiens également à remercier aussi tous nos partenaires, les éditeurs qui ont donné des manuels, les constructeurs de calculatrices qui ont prêté du matériel, les universités qui ont prêté des livres, Mme la Proviseure du Lycée Marie Curie et toute son équipe, qui nous ont accueillis, et le SIEC qui nous prête des rétroprojecteurs et qui suit de près l'organisation matérielle du concours, pour leur efficacité et leur soutien.

Les prochaines sessions

À l'heure où ce rapport est rédigé, des textes concernant les nouveaux concours de recrutement de professeurs sont parus. Ces textes ne concernent pas la session 2009 qui continuera donc à se dérouler selon les mêmes modalités que celles de la session 2008.

À partir de la session 2010 les nouveaux textes pourraient entrer en application et le concours prendrait donc une autre forme, plus particulièrement en ce qui concerne les épreuves d'admission.